Aux origines de la philosophie contemporaine des mathématiques : Kant, Hegel, Bolzano

Mazurkiewicz Stany[1]

Université de Liège, Université technique de Dresde

Dans cet article, nous étudierons la logique philosophique de Kant (1724-1804), de Hegel (1770-1831) et de Bolzano (1781-1848) relativement aux questions mathématiques. Nous tenterons de montrer que leurs trois philosophies sont fortement influencées par leurs différentes définitions de la rationalité mathématique. En faisant appel à l'histoire des mathématiques, nous montrerons que cette science connaît une véritable rupture épistémologique entre les générations de Kant et celle de Hegel et de Bolzano, et peut donc nous aider à comprendre le sens et la portée de la critique de Kant présente chez ses deux successeurs. En effet, la mathématique semble rompre d'elle-même avec les critères de construction intuitive et de représentation spatiale qui s'avéraient cruciaux chez Kant. Les possibilités nouvelles offertes par la mathématique, fonctionnant dès lors – comme Kant lui-même le suggère en un passage de son œuvre – de manière synthétique mais non intuitive, appellent à un renouveau de la logique et, plus généralement, de la discursivité philosophique dans son ensemble. La logique n'a ainsi plus à se limiter au critère de la validité (empirique) de la logique transcendantale, ni à attendre la vérification du sens de ses catégories d'une intuition jamais réduite. Toutefois, Hegel et Bolzano mettent sur pied des logiques totalement différentes, et ouvrent par là à deux traditions philosophiques, dialectique et analytique, qui s'opposent depuis lors. Revenir à l'origine d'une telle divergence nous semble pouvoir éclairer les points de rencontre possibles entre les deux paradigmes. C'est dans la notion de sujet que nous situons le nœud de la polémique.

Mots-clés : Kant ; Hegel ; Bolzano ; mathématiques ; logique ; intuition

1. Introduction

Un des grands points de discorde de l'épistémologie contemporaine des mathématiques consiste à déterminer le rôle à accorder à l'intuition dans cette science. Que l'on pense aux oppositions entre Frege et Husserl, entre Couturat, Russel et Cassirer, ou encore entre Hilbert et Brouwer : les premiers sont réticents à accorder un rôle, qui plus est un rôle fondateur, à l'intuition en mathématique, tandis que les seconds, chacun à leur manière, déclarent le recours

[1] S.Mazurkiewicz@doct.ulg.ac.be

à celle-ci inévitable et constitutif de la rationalité mathématique. C'est aux origines philosophiques d'un tel débat que nous voudrions revenir[2].

C'est la philosophie de Kant qui constitue par excellence le paradigme moderne d'une philosophie mathématique intuitive. Elle s'est, à ce titre, attirée les foudres de nombreux auteurs postérieurs. Nous mettrons la théorie kantienne en vis-à-vis des deux premiers philosophes à opérer une critique « logique » de son intuitionnisme mathématique : Hegel et Bolzano. Si l'opposition de Bolzano à Kant dans le domaine mathématique est célèbre, celle de Hegel l'est beaucoup moins, et constitue pourtant un élément significatif du postkantisme hégélien. Nous prendrons notamment soin de retracer les développements historiques non pas philosophiques mais *mathématiques* qui rendent possible une refonte critique du kantisme une génération seulement après Kant, seule perspective apte à éviter les oppositions stériles et les mécompréhensions.

Par ailleurs, ouvrir à une mise en perspective de Hegel et de Bolzano nous semble d'un intérêt certain. D'une part, la relation entre les deux philosophes, et notamment la critique explicite de la dialectique hégélienne que l'on trouve chez Bolzano, n'a fait l'objet que d'études marginales [Metzler 1981a, 1981b, Zelený 1983, Pégny 2013]. D'autre part, Kant, Hegel et Bolzano sont à l'origine de trois paradigmes en épistémologie des mathématiques[3] – intuitif-transcendantal, dialectique et analytique-axiomatique – qui s'opposent jusqu'à nos jours. En particulier, sont recherchés aujourd'hui de possibles points de rencontre entre les traditions analytique et dialectique, en logique (notamment en Australie chez G. Priest, R.K. Meyer ou R. Sylvan) comme en théorie des mathématiques [Paterson 2002]. Revenir à l'origine des deux courants divergents, mais pareillement ancrés dans une critique du kantisme et dans un état de la science mathématique similaire, n'est donc pas seulement d'un intérêt historique, mais doit pouvoir éclairer les recherches en épistémologie des mathématiques contemporaines.

Voici comment nous procèderons, en quatre parties. Nous reviendrons premièrement sur le sens et les limites de la philosophie intuitive des mathématiques mise sur pied par Kant, en pointant notamment quelques textes plus marginaux où le philosophe est amené à problématiser

[2] Pour être exhaustif, il faudrait également insérer Leibniz (et Wolff) dans notre enchaînement historique. Toutefois, ceci nous emmènerait trop loin, dans la mesure où il faudrait alors prendre en compte la critique par celui-ci du paradigme « intuitif » de Descartes.
[3] On peut se rapporter au tableau suivant proposé par Otte 2007: 26 concernant la fondation des mathématiques :

	Explicit	**Intuitive**
Foundationalist	Bolzano	Kant
Anti-foundationalist	Hegel	Peirce

lui-même son épistémologie. Deuxièmement, nous parcourrons brièvement la séquence correspondante de l’histoire des mathématiques afin de montrer en quoi la *Critique de la raison pure* se révèle en effet en décalage avec la direction prise par la science. En troisième lieu, nous reviendrons sur Hegel, sur son intégration de la nouvelle mathématique et sa critique consécutive de la philosophie kantienne. Quatrièmement, nous montrerons en quoi Bolzano, à son tour, prend appui sur une nouvelle rationalité mathématique pour refuser le kantisme, mettant toutefois sur pied une logique toute différente de son contemporain qu’est Hegel. Enfin, nous conclurons en proposant des pistes pour une relecture critique des relations entre Hegel et Bolzano.

2. Kant

La préface à la seconde édition de la *Critique de la raison pure* laisse planer peu de doute à ce sujet : la philosophie théorique kantienne est bien celle de la physique newtonienne et de la mathématique euclidienne. Dans ce même texte, Kant se livre à une première description très parlante de ce qu’est, selon lui, la manière de procéder mathématique :

> Thalès (…) trouva qu’il ne devait pas s’attacher à ce qu’il voyait dans la figure, ou même au simple [*bloß*] concept qu’il en avait, pour en apprendre en quelque sorte les propriétés, mais qu’il devait produire cette figure par ce qu’il y pensait et présentait (par construction) *a priori* d’après les concepts eux-mêmes, et que, pour connaître sûrement une chose *a priori*, il ne devait attribuer à cette chose que ce qui résultait nécessairement de ce qu’il y avait mis lui-même, conformément à son concept [Kant AK III: 9].

Kant nous donne ici pour commencer deux exemples de ce que le mathématicien *ne fait pas*. D’abord, il ne « s’attache pas à ce qu’il voit dans la figure ». C’est contre tout psychologisme, inductivisme ou empirisme mathématique que Kant se dresse ici. On sait que même les empiristes les plus convaincus de son temps, comme Locke et Hume, ne faisaient pas de la connaissance mathématique, nécessaire et démonstrative, une connaissance empirique, en quoi son statut devait toujours leur rester problématique. Ensuite, le mathématicien « ne s’attache pas au simple concept de la figure ». Autrement dit, la mathématique n’est pas une science purement conceptuelle ou logique. Kant s’oppose ici à la théorie de la connaissance symbolique « aveugle » de Leibniz, qui entend réduire la mathématique à un emploi de signes coupés de la relation à tout référent, emploi lui-même entièrement codé par les catégories, principes et règles de dérivation d'une logique formelle fondée sur le principe de non-contradiction. Nous aurons l'occasion de revenir sur le problème du statut de la logique pour Kant, retenons pour le moment que logique formelle et mathématique se placent à des niveaux différents dans le système de la connaissance et sont irréductibles l'une à l'autre.

Si le lieu de la mathématique n'est ni l'entendement logique ni l'intuition empirique, quel est-il alors ? La solution kantienne est connue, elle consiste en un recours à l'intuition pure, située à l'interface de l'entendement et de l'intuition empirique. Une particularité de Kant, dans la citation précédente comme partout ailleurs, est de lier immédiatement *intuition pure* et *construction*, qui constituent les deux mots-clés de la mathématique kantienne. Une propriété notable du thème kantien de la construction est de permettre la superposition, sans reste, dans le cadre de l'intuition pure, de l'*activité* de la construction et de la *passivité* de la connaissance réceptive (de la « vision »). L'intelligence du mathématicien n'a aucune matière à laquelle s'appliquer sinon aux objets qu'il produit [*hervorbringen*] lui-même, qu'il « amène-devant ». À l'inverse, la pureté de l'intuition mathématique assure que la figure ou démonstration particulière produite par le savant engendre une connaissance conforme, évidente, nécessaire, universelle et vraie. Il est assez clair que c'est une conception fondamentalement géométrique que Kant théorise, et même une conception fidèlement inspirée de la méthode de travail de la géométrie héritée d'Euclide, où la « construction auxiliaire » fait intrinsèquement partie du mode de démonstration [Pierobon 2003: 10].

Or, le propre de la philosophie kantienne des mathématiques est d'étendre cette conception également à l'arithmétique et à l'algèbre. Là où la géométrie procède par « construction ostensive », l'algèbre procède quant-à-elle par « construction symbolique », en quoi elle est également irréductible à une pure logique, à une « connaissance discursive au moyen de simples concepts » [Kant AK III: 471]. En somme, l'acte de compter, de dénombrer, à quoi doivent peu ou prou pouvoir se ramener l'algèbre et l'arithmétique (réduites dès lors au traitement des nombres rationnels), est inséparable d'un découpage progressif du temps pur de l'intuition. Les éléments symboliques, conceptuels, comme les nombres ou les inconnues, ne possèdent donc pas un sens autonome séparé de cet ancrage intuitif. En droit, on doit même pouvoir les ramener à des images, qui seules donnent leur sens dernier aux concepts algébriques et arithmétiques. Ainsi, pour résoudre l'addition 7 + 5 = 12 :

> On doit aller au-delà de ces concepts [les nombres], en s'aidant de l'intuition qui correspond à l'un des deux, par exemple ses cinq doigts, ou (comme Segner dans son arithmétique) cinq points, et ainsi ajouter

progressivement les unités du nombre cinq donné dans l'intuition au concept du nombre sept [Kant AK III: 39].

Avant d'en venir aux problèmes potentiels d'une telle compréhension de l'arithmétique, voyons comment la lecture kantienne des mathématiques influence fortement sa conception de la logique et, partant, l'ensemble de son système philosophique. Pour Kant, la mathématique est un exemple brillant de scientificité dont la philosophie doit s'inspirer mais qu'elle ne doit surtout par imiter, dans la mesure où les deux disciplines sont de natures différentes. Cette distance peut se résumer avec Kant comme suit : « La connaissance *philosophique* est la *connaissance rationnelle* par *concepts*, et la connaissance *mathématique* la connaissance rationnelle par la *construction* des concepts » [Kant AK III: 469], ou encore, la mathématique peut faire office d'*organon* de la science, là où la logique doit se limiter au rôle de *canon* [Kant AK IX: 13].

Une telle distinction motive la critique kantienne de la logique formelle (ou « logique générale »). La mathématique, discipline non empirique par excellence, doit avoir montré que toute connaissance digne de ce nom, toute connaissance synthétique, fût-elle *a priori*, dépend pourtant d'un élément intuitif. La logique formelle, dans la mesure où celle-ci « fait abstraction de tout contenu de la connaissance » [Kant AK III: 77] ne peut donc prétendre au titre de savoir proprement dit. Ainsi est-elle une discipline, certes vraie, mais lacunaire et entièrement négative, elle ne nous apprend rien sur le monde, mais fixe pour elle-même les conditions minimales d'utilisation de la raison, celle qu'elle a à respecter pour ne pas s'autodétruire.

En conséquence, la philosophie doit développer un nouveau type de logique à même de fonder le savoir, logique que Kant nomme *transcendantale*. C'est ici que le parallèle avec la mathématique trouve ses limites. En effet, nous savons que la mathématique est une « connaissance par construction de concepts » dans l'intuition pure tandis que la philosophie est une « connaissance par concepts » via l'intuition empirique. Or, l'intuition empirique ne jouit pas de l'avantage de l'intuition pure, où l'objet se laisse sans reste construire. Dans l'intuition empirique, l'activité logique du sujet ne peut pallier entièrement la donation empirique de l'objet sensible particulier, et se voit donc conditionnée par celle-ci. La logique transcendantale aura donc à thématiser dans leur vacuité les catégories universelles que le sujet transcendantal doit appliquer au divers de l'intuition sensible empirique afin de former une représentation [*Vorstellung*], qui seule peut se prévaloir du titre de connaissance véritable. Si la logique et la philosophie venaient à faire fi de cette irréductible condition intuitive à quoi trouve à s'appliquer la logique, elle se ferait alors « survolante » et dialectique, discourrait de catégories sans référents possibles et tomberait de la sorte dans des contradictions insolubles.

Venons-en maintenant aux limites de l'épistémologie kantienne des mathématiques, qui se révèlent notamment dans sa correspondance. Notre but n'est pas ici de tourner Kant en dérision, mais de montrer que le premier à relativiser et problématiser le paradigme critique au nom d'arguments mathématiques modernes n'est autre que Kant lui-même. Ces limites se révèlent dans deux directions opposées : d'une part, le refus de certains concepts mathématiques, motivés par le fait que ceux-ci ne cadrent pas avec l'épistémologie critique, d'autre part, les concessions philosophiques que Kant se voit obligé de faire aux mathématiciens, et qui cadrent mal avec sa conception initiale.

Venons-en tout d'abord aux refus. Il s'agit des nombres imaginaires et de l'infini mathématique. Comme nous le découvrons dans une lettre à Rehberg en date de septembre 1790, les arguments kantiens pour déclarer « impossible » et « contradictoire » [Kant AK XI: 208-209] la racine carrée d'un nombre négatif, effectivement impossible à « construire » et à représenter[4], sont en dernier ressort d'ordre intuitif :

> Le temps devient la condition qui se trouve inévitablement au fondement de toute production de nombres, et ce, en tant qu'intuition pure par laquelle nous pouvons non seulement connaître les grandeurs numériques données, mais aussi savoir si la racine est un nombre entier, ou bien si c'est impossible [Kant AK XI: 209].

Sa validité en tant que symbole du système algébrique se trouve donc conditionnée par le fait que, en regard de la condition intuitive du découpage du temps pur, un nombre dont l'élévation au carré aurait pour résultat un nombre négatif est insensé, et contredit donc aux réquisits de la mathématique tels que Kant les entend.

La question de l'infini est moins tranchée. Kant déclare en commentant sa première antinomie que « le vrai concept (transcendantal) de l'infinité c'est que la synthèse successive de l'unité dans la mesure d'un quantum ne peut jamais être achevée », avant d'ajouter en note : « Il contient ainsi une multitude (relativement à l'unité donnée) qui est plus grande que tout nombre, ce qui est le concept mathématique de l'infini » [Kant AK III: 298]. Il ne faut pas s'y

[4] Les premières représentations géométriques pertinentes des nombres imaginaires sont postérieures à la mort de Kant. Celles-ci ont leur origine dans l'ouvrage publié en 1806 par Jean-Robert Argand : *Essai sur une manière de représenter des quantités imaginaires dans les constructions géométriques*, qui représente pour la première fois avec un certain succès les nombres imaginaires, utilisant un axe perpendiculaire à celui des nombres réels.

tromper, c'est bien là une condamnation de l'infini mathématique, *a fortiori* de tout infini mathématique actuel, et ce en regard de la « synthèse successive » que nous savons conditionnée par un dénombrement progressif dans le temps (fini)[5].

Les concessions philosophiques que Kant se voit prêt à faire, il s'agit de notre second point, nous semblent plus intéressantes encore. Elles sont principalement le fait d'une lettre à Johann Schulz, écrite le 25 novembre 1788, soit un an seulement après la parution de la seconde édition de la *Critique de la raison pure*. Aux objections de son ami mathématicien, Kant répond assez étonnamment :

> Le temps n'a, comme vous le remarquez tout à fait justement, aucun influence sur les qualités des nombres (en tant qu'ils sont de pures déterminations de grandeur), tout comme il n'en a à peu près aucune sur la qualité de tout changement (en tant qu'il s'agit d'un quantum), qui lui-même n'est possible que relativement à une disposition spécifique du sens interne et de sa forme (le temps), et la science des nombres est, indépendamment de la succession exigée par toute construction de la grandeur, une pure synthèse intellectuelle [*reine intellectuelle Synthesis*] que nous nous représentons dans la pensée [Kant AK X: 556-557][6].

À proprement parler, ce passage va jusqu'à « contredire la lettre de la *Critique*, le concept de nombre étant regardé en lui-même ou métaphysiquement comme intellectuel » [Vuillemin 1994: 23], en quoi ce texte mérite toute notre attention. L'expression de *pure synthèse intellectuelle*, ou de *synthèse purement intellectuelle*, sous la plume de Kant doit choquer. Nous assistons ici à une inflexion de la conception kantienne des mathématiques dans un sens moins intuitif et plus conceptuel (Kant étant prêt ici d'accorder à l'arithmétique ce dont il voulait sauver l'algèbre dans la *Critique de la raison pure* : constituer une connaissance véritable, synthétique, qui pour autant ne nécessiterait pas un recours à la construction dans l'intuition).

---

[5] Certains auteurs sont partisans, sans doute à raison, d'une productivité de l'infini dans le système kantien, notamment sur base de ce passage de l'esthétique transcendantale où Kant déclare que « l'espace est représenté comme une grandeur infinie donnée », [Kant AK III: 53] – un commentaire détaillé de cette question se trouve dans Fichant 1998. Toutefois Moretto note bien que « l'infini en acte est un concept métaphysique, non mathématique » [Moretto 2011: 111]. Il serait intéressant de voir ici dans quelle mesure Kant se permet une transgression philosophique de limites mathématiques. Toutefois, il nous semble que cela ne contrecarre pas fondamentalement l'hypothèse défendue dans cet article, dans la mesure où l'infini reste toujours « donné » et « représenté » (donc intuitif). Ceci traduit plutôt une conscience plus ou moins développée de Kant, ainsi que nous le verrons dans sa correspondance, des « limites » de son propre système, constituées précisément par l'algèbre et le calcul infinitésimal [Pierobon 2003: 177].

[6] Darius Koriako a bien analysé cette relation de Kant à Schulz comme un moment majeur d'émergence de cette « crise de l'intuition pure » qui se dessine [Koriako 1999: 279]. À ce titre vaut aussi l'opposition à Kästner, mathématicien qui se situe dans la suite de Leibniz et de Wolff, et qui sera l'un des maîtres de Bolzano. Voir à ce sujet l'introduction à la traduction de « Sur les articles de Kästner » (1790) par Michel Fichant, dans le volume de la revue Philosophie déjà cité.

Kant, dans la suite de la lettre à Schulz, tente alors de sauver sa conception de la mathématique comme une science finalement intuitive en déclarant que les catégories arithmétiques n'ont de toute façon aucun autre usage que de s'appliquer aux représentations géométriques ou physiques. Toutefois, Kant opère ici un déplacement qui nous semble créer une faille venant considérablement déforcer le dispositif critique ; la finalité de l'application objective des concepts mathématiques n'ayant indéniablement pas la force théorique de la nécessité de la construction intuitive de ceux-ci. Comme le remarque un commentaire, Kant se voit obligé, pour le crédit de son système, de confondre deux questions qui apparaissent pourtant comme situées sur des plans irréductibles : « La nécessité d'une application [de l'arithmétique] *in fine* au réel ne change strictement rien, car il est loisible de conserver cette nécessité de l'application, tout en étudiant de manière autonome les procédures cognitives à l'œuvre dans ces synthèses intellectuelles » [Thomas-Fogiel 2007: 99]. Notons donc que c'est bien plus par le biais arithmétique-algébrique que le système kantien se révèle problématique, plutôt que par le biais géométrique, comme on a pu le soutenir[7].

Si Kant lui-même ouvre à une nouvelle intelligence de l'arithmétique, celle-ci ne devrait pas rester sans effet sur sa conception globale de la philosophie. Comme le note encore Thomas-Fogiel : « Il existe des notions qui sont valides scientifiquement mais dont nous ne pouvons montrer la méthode de construction. En conséquence, l'impossibilité de construire une notion dans l'intuition n'est plus l'indice de sa vacuité ; ce qui n'est évidemment pas sans effet sur la critique kantienne de la métaphysique » [Thomas-Fogiel 2007: 88]. C'est dans une telle voie que Hegel s'engouffrera. Au niveau logique, voilà de quoi amener un dépassement du thème kantien de la validité (empirique) des catégories de la logique transcendantale et ouvrir à une interrogation autonome sur les « procédures cognitives à l'œuvre dans ces synthèses intellectuelles » [*Id.*] que sont les concepts logiques et leurs enchaînements. Il semble donc bien que ces nouvelles déterminations allouées par Kant à la mathématique, confirmées et radicalisées par l'histoire postérieure de cette discipline, ouvrent à un renouveau de la philosophie et de la logique, tâche qui pourtant ne sera jamais entreprise par Kant, mais sera un des problèmes du postkantisme.

---

[7] L'idée que les géométries non-euclidiennes seraient fondamentalement incompatibles avec le système kantien parce qu'entièrement non-intuitives (non seulement leurs concepts ne seraient pas construits mais n'auraient pas non plus vocation première à s'appliquer au réel – voir les deux questions distinguées ci-dessous –, perspective qui pourrait traduire la conception de Bolzano ou, surtout, de Carnap) tend à être relativisée. Souvenons-nous que Lobatchevski lui-même référait le non-euclidien à une construction, à une géométrie hyperbolique, perspective qui sera poursuivie par Poincaré, Klein ou encore Riemann.

Pour conclure notre propos concernant Kant, disons que notre intention a été de souligner essentiellement deux choses. D'une part, l'influence déterminante exercée par cette conception intuitive des mathématiques sur l'ensemble du système logique et philosophique transcendantal. D'autre part, la problématisation de l'épistémologie critique des mathématiques par Kant lui-même, qui ne devrait pas laisser intact l'édifice logico-philosophique, brèche qui ouvre à la philosophie postérieure.

3. Les mathématiques au tournant des XVIIIe et XIXe siècles

L'hypothèse qui constitue le fil conducteur de notre étude est que le développement de la science mathématique possède un pouvoir heuristique significatif pour la compréhension de l'évolution de la philosophie postkantienne. Et pour cause, la direction prise par la mathématique, qui va progressivement se distancier des critères que sont le respect des propriétés de l'espace, la représentation intuitive et l'évidence, va, dès la parution de la *Critique de la raison pure* en 1781, créer une tension grandissante entre l'état de la science mathématique et l'épistémologie kantienne. Cette difficulté, comme nous l'avons montré, prend la forme d'une tension interne au système kantien, exprimée sous la plume de Kant lui-même. Ainsi, paradoxalement, une des plus grandes révolutions de l'histoire de la philosophie, la « révolution copernicienne » que constitue le kantisme, se fonde sur un état prérévolutionnaire de la science mathématique. Cette tension sera exacerbée dans l'œuvre d'un Hegel ou d'un Bolzano. Tous deux tenteront d'intégrer les possibilités inédites offertes par cette mathématique moderne dans un type nouveau de discursivité logico-philosophique qui motivera dans le même temps une critique de l'intuitionnisme kantien, et ce sans pour autant revenir sur certains résultats majeurs de la philosophie transcendantale, notamment le caractère synthétique que Kant attribuait au savoir mathématiques et, partant, sont irréductibilité à une logique formelle ou tautologique réductible en dernière instance au principe de non-contradiction[8].

Laissons donc brièvement de côté nos trois philosophes pour dire quelques mots d'histoire des mathématiques. Nous tenterons ici de dégager deux tendances qui traversent les

[8] En ce sens, ni Hegel ni Bolzano ne sont des formalistes. Ils n'entendent donc pas revenir à une philosophie précritique de type « leibnizien ». Pour autant, ils ne sont pas non plus des intuionnistes au sens, par exemple, où le sera Brouwer. En cela, la perspective originale ouverte par Kant lui-même sur base de problèmes mathématiques d'une « synthèse purement intellectuelle » nous semble pouvoir caractériser globalement la direction prise par les deux philosophes, ce qui témoigne sans doute, particulièrement chez Hegel, d'une conscience particulièrement aigüe des enjeux, de la portée et des limites du système transcendantal.

mathématiques du XVIII^{e} siècle, pour converger vers un nouveau paradigme épistémologique au début du siècle suivant, notamment dans l'œuvre de Cauchy. Il s'agit tout d'abord (3.1) d'un progressif affranchissement du calcul algébrique de son ancrage dans l'image géométrique. Ensuite (3.2), d'un élargissement prodigieux du champ algébrique, dû au calcul intégral et différentiel, qui rend l'analyse irréductible aux procédés arithmétiques et algébriques, « analytiques », classiques. Il n'est donc pas forcé que de dire que *la mathématique elle-même converge vers un mode de fonctionnement à la fois non intuitif et synthétique*. Nous y voyons une des motivations déterminantes du renouveau de la logique philosophique après Kant.

3.1 La rupture avec l'intuition

Au-delà des désaccords qui partagent les différentes traditions épistémologiques, les historiens des sciences s'accordent pour désigner le progressif affranchissement de l'arithmétique et de l'algèbre des conditions géométriques et intuitives comme une des grandes tendances de la progression de l'histoire des mathématiques. Depuis l'Antiquité, la règle, plus ou moins explicite, était une « dépendance de l'algèbre à la géométrie » [Kline 1972: 279]. Le calcul n'était donc en aucun cas autonome, mais affecté de limites propres aux caractéristiques intuitives de la géométrie et à ce que l'on désignait comme étant les propriétés de l'espace. Ainsi, par exemple, « les Grecs considéraient comme dépourvue de sens une multiplication de plus de trois termes, car cela ne correspondait plus à une réalité géométrique » [Baudet 2002: 165]. En effet, un nombre était vu comme l'expression, si on veut « abstraite », de la longueur d'un segment de droite, une multiplication de deux facteurs exprimant alors l'aire d'un rectangle formé par deux paires de segments de même longueur, une multiplication de trois facteurs traduisant le volume d'un parallélépipède. Une multiplication de quatre facteurs n'avait aucun référent et, dès lors, aucun intérêt. De même, la plupart des mathématiciens de la Renaissance étaient opposés à l'utilisation de puissances supérieures à trois, qui, pourtant, commençaient à faire entrevoir leur utilité dans des résolutions algébriques [Kline 1972: 279], prenant pour argument la tridimensionnalité de l'espace (qui forme ainsi un « cube »). Les mathématiques sont donc jusque-là relativement « kantiennes ».

Toutefois, le siècle de Kant voit un tournant majeur dans la conception que se font les mathématiciens eux-mêmes de leur discipline, tournant qui revient, selon l'historien des sciences Jean Baudet à « se dégager de toute conception géométrique » [Baudet 2002: 147]. Il s'agit bien là d'une rupture intellectuelle majeure concernant la compréhension des relations entre algèbre et géométrie – et, plus globalement, entre discours et image – rupture qui voit une autonomisation du calcul algébrique. Celle-ci s'opère notamment chez Bernoulli, dès 1718, qui, en opérant un changement de point de vue radical, va créer un nouvel objet mathématique : la fonction. Encore pour Descartes, au XVII^e siècle, des équations comme « $y = a.x + b$ » ou « $y = a.x^2 + b.x + c$ » valent uniquement comme le code d'une droite ou d'une parabole, il s'agit d'objets géométriques « représenté[s] autrement que par le dessin » [Baudet 2002: 146]. Avec Bernoulli les choses changent en profondeur. La définition qu'il donne d'une fonction[9], dont les équations susmentionnées peuvent fournir des exemples basiques, fait intervenir le concept (algébrique) de grandeur variable, qui n'est plus immédiatement référé au concept (géométrique) de grandeur mesurable. Une fonction reste certes représentable par un graphe, mais le dessin n'est plus premier ni fondateur, et se révélera même par la suite être dans certains cas impossible à réaliser (comme Bolzano notamment le montrera). *L'ordre des priorités semble bien s'inverser* : c'est le calcul de la fonction qui guide (quand c'est possible) la construction du graphique, et non plus le dessin qui trouve à s'exprimer d'une manière symbolique.

Cette véritable rupture épistémologique, qui signe une autonomisation des procédés algébriques, conditionne les progrès considérables des mathématiques des XIX^e et XX^e siècles, ainsi que Weierstrass en avait déjà pleinement conscience. Cette autonomisation ouvre également un champ nouveau de questions. En effet, le calcul en quelque sorte « désencastré » de l'image n'est plus fondé dans un recours intuitif. Se pose alors comme jamais auparavant la question des principes, fondements et sens propres des concepts algébriques. La mathématique ne tardera pas à se doter d'un niveau « métamathématique » ayant pour fonction de fonder sa scientificité d'une manière tout à fait inédite. Ce qui pour la *Critique de la raison pure* était un non-sens – une fondation entièrement logique, discursive, et non plus intuitive, de la mathématique – devient dès lors envisageable.

Toutefois, à décharge de Kant, il est à noter qu'il faudra presqu'un siècle pour que cette rupture soit consciemment assumée et théorisée comme telle par l'ensemble des mathématiciens comme leur paradigme général de travail. À l'époque de la *Critique de la raison pure*, ce nouveau cadre de pensée reste l'apanage d'une avant-garde et constitue au mieux une « science révolutionnaire » à côté d'une « science normale » qu'elle n'ébranle encore

[9] « On appelle fonction d'une grandeur variable une quantité composée de quelque manière que ce soit de cette grandeur variable et de constante ».

que de manière périphérique. Rappelons que Kant a enseigné les mathématiques à un niveau universitaire jusqu'en 1763, et qu'il était dès lors parfaitement au fait de cette science. Les mathématiciens de son siècle auxquels ils se réfèrent volontiers (notamment J. A. Segner) restent majoritairement des « géomètres ». Il faudra attendre la lettre à Schulz de 1788 pour que Kant exprime également ces nouveautés.

3.2 Le dépassement de la rationalité analytique

Ainsi, plus d'un siècle sépare l'innovation encore marginale de Bernoulli et la « révolution de la rigueur » que Lakatos [1980: 10] situe dans l'œuvre de Cauchy (à dater de 1821), et qui marque en quelque sorte l'officialisation de ce nouveau paradigme mathématique. Durant cette période, cette véritable crise des fondements mathématiques ne fera que s'aggraver. Toutefois, au-delà du « changement de point de vue » dont nous avons parlé, le véritable vecteur de la rupture annoncée par Bernoulli, qui enfantera du paradigme nouveau, est le calcul infinitésimal, dont il nous faut à présent dire quelques mots afin de comprendre les enjeux philosophiques des bouleversements mathématiques.

Le monde des mathématiciens est frappé par les contradictions qui naissent de cette nouvelle méthode infinitésimale introduite à la fin du XVII^e siècle par Newton et Leibniz, contradictions par rapport aux critères analytiques classiques (à ceux de la mathématique habituelle traitant des quantités finies) et qui tiennent au statut des « grandeurs infiniment petites » qui y entrent en jeu. Ainsi, par exemple, Berkeley, ne se prive-t-il pas, dans son *Analyst* de 1734, pour tourner en dérision les *fallacies* de cette méthode nouvelle, qui considère, dans un unique processus, une même grandeur tantôt comme nulle, tantôt comme non nulle. Toutefois, si le procédé de dérivation s'avère délicat, le résultat, quant à lui, exprimable en termes finis, est manifestement correct, et permet effectivement, rapporté au graphe de la fonction, de calculer la pente de la tangente au point choisi. Le caractère opérationnel de ce nouveau calcul va de la sorte mener à diverses tentatives de justification de ce processus « fallacieux », tentatives qui, jusqu'à Cauchy, prennent deux directions antithétiques.

La première branche de cette alternative peut être qualifiée de métaphysique. On admet que l'utilisation des grandeurs infiniment petites est effectivement contradictoire au niveau mathématique, et amenée à le rester, mais on tente de donner un sens à ce concept à un niveau philosophique, métaphysique, et par là de justifier son emploi. Ainsi en va-t-il même chez

Leibniz, le plus logicien des métaphysiciens. Comme le rappelle un commentaire, « Leibniz ne parvient pas à fonder en rigueur son calcul infinitésimal sur la notion de limite. Pourtant, si Leibniz n'a pas donné de justification mathématique à son calcul différentiel, il a tenté d'en rendre compte au niveau métaphysique » [Knecht 1981: 304]. Cette métaphysique monadique reste par ailleurs fondamentalement imprégnée par les propriétés de l'espace, puisque la relation, non archimédienne, des grandeurs finies et des grandeurs infiniment petites, différence d' « ordres », y est pensée par analogie avec les rapports du point à la ligne et de la ligne au plan, perspective que Leibniz hérite du géomètre Cavalieri [Granger 1994: 215].

Deux conséquences philosophiques découlent de telles tentatives. D'une part, elles signent la séparation de deux ordres de discours relativement hétérogènes, la philosophie serait la vérité fondatrice de la mathématique, réduite à une opératoire « aveugle ». D'autre part, et de manière plus sournoise, elles entérinent la dépendance non critique et non réfléchie de cette métaphysique face à certains concepts mathématiques : ces métaphysiques acceptent ainsi sans résistance le concept de « grandeur infiniment petite », qui reste foncièrement dépendant de la conception mathématique classique, et ce d'autant plus facilement qu'elle peut prétendre le manipuler en toute liberté dans son propre champ, se distanciant des exigences du calcul.

Le second type de réaction peut être qualifié d'analytique ou d'algébrique, et est symbolisé par les essais de Lagrange, à la fin du XVIIIe siècle. Face à la contradiction amenée par les infinitésimaux, le but du mathématicien est de purger du calcul différentiel et intégral toute référence, mathématique ou métaphysique, à l'infini[10], et ce par une technique de réduction des processus de dérivation à des suites, à des sommes, méthode qu'il n'est pas lieu ici de détailler. L'objectif du mathématicien est donc de relativiser la spécificité et la nouveauté du calcul infinitésimal en ramenant celui-ci à des critères algébriques ou arithmétiques classiques. Pourtant, cette tentative, malgré les découvertes importantes qu'elle permet par ailleurs, est un échec quant au but qu'elle s'était fixé. C'est notamment Cauchy qui le dénoncera, en montrant l'aveuglement de Lagrange quant aux conditions de divergence ou de convergence des suites, concepts qui mobilisent eux-mêmes celui d'infinité, en quoi la théorie de Lagrange s'avère constitutivement incomplète [Dugac 1990].

Avec Cauchy, les choses changent. Celui-ci vient en quelque sorte décaler le regard d'un cran. Il pense que les contradictions en questions ne naissent pas de la nature des concepts en

---

[10] Rappelons qu'une œuvre publiée en 1797 par Lagrange a pour titre, long mais explicite : *Théorie des fonctions analytiques, contenant les principes du Calcul différentiel, dégagés de toute considération d'infiniment petits, d'évanouissements, de limites et de fluxions, et réduits à l'analyse algébrique des quantités finies*.

tant que tels - qui, dès lors, devaient être évités ou justifiés en un autre lieu théorique que la mathématique - mais des manquements du discours logique qui vient justifier ces notions, des défauts des définitions conceptuelles qui en sont données. L'appel de Cauchy est donc une exigence de rigueur dans la définition des concepts mis en jeu par la mathématique, qui se dote dès lors d'un niveau que l'on pourrait qualifier de « méta- » et n'a plus à opérer en « aveugle ». Si les problèmes soulevés par l'infini ne sont pas réglés pour autant, ils deviennent des problèmes conceptuels parmi d'autres, la mathématique voit ainsi son champ grandement élargi et diversifié, en même temps que problématisé. Il ne peut plus être question de se contenter de la validité opératoire des processus mathématiques ; les concepts mis en jeu, comme ceux de nombre, de quantité, d'infinité, de limite, etc. ne doivent pas se trouver utilisés de manière non critique et « intuitive », mais sont à définir de manière rigoureuse par le discours mathématique lui-même. La mathématique intègre ainsi des thèmes et des problèmes historiquement réservés au discours philosophique, dont certains, comme celui de la continuité, que Kant remisait au niveau de la dialectique transcendantale.

Nous voyons donc que cette double transformation (élargissement du champ algébrique dans une mesure qui n'est plus strictement analytique et renoncement progressif à fonder celui-ci sur un recours à l'intuition) mène à la volonté de refondation logique de la mathématique, d'une logique qui ne soit pas réductible aux concepts arithmétiques, algébriques et logiques usuels, mais ait à prendre en charge des déterminations neuves, et dont on voit ainsi mal comment elle pourrait se réduire aux tautologies de la logique formelle alors connue. La posture que la philosophie peut dès lors adopter face au discours mathématique s'en trouve profondément modifiée, il y aura bien un avant et un après Cauchy. Il ne peut désormais plus s'agir pour la philosophie de considérer de l'extérieur cet édifice mathématique qui entend réfléchir ses propres conditions, de le considérer comme présupposant simplement des concepts qui pourraient recevoir un sens tout différent dans une métaphysique. Le projet épistémologique classique, qui culmine chez Leibniz et Wolff, appartient bien au passé. De même, la perspective kantienne développée dans la *Critique de la raison pure* paraît caduque. Au-delà de cette alternative, c'est bien à un renouveau de la logique qu'appelle cette mathématique naissante. De tous ces problèmes, nous prétendons que Hegel comme Bolzano en avait bien conscience et qu'ils s'en sont trouvés profondément influencés.

4. Hegel

Les motivations mathématiques de Hegel n'ont été que trop rarement soulignées. C'est particulièrement le cas de la philosophie francophone où, à la suite des travaux pionniers de Dubarle [1970, 1972] et, dans une mesure moindre, de Desanti [1975], l'attention s'est pour une bonne part concentrée sur la (non-)mathématisation de la logique de Hegel. Celui-ci passait alors pour un penseur relativement hostile à la rationalité mathématique dont il conviendrait d'aménager la philosophie afin de calquer à l'orientation résolument mathématique prise par la logique postérieure, notamment à partir de Boole. La question des possibilités de formalisation de la dialectique a alors peu ou prou éclipsé la réflexion sur l'épistémologie hégélienne des mathématiques de son temps, ainsi que celle de l'influence des mathématiques sur l'ensemble de son système.

Et pourtant, Hegel nous livre une réflexion informée et audacieuse sur les mathématiques qui lui sont contemporaines. La première chose à noter est la prise de conscience nette de Hegel de cette rupture récente, intrinsèque à la mathématique, avec les critères géométriques de représentation et d'intuitivité. Dans son travail de reconstruction historique du calcul infinitésimal, la *Science de la logique* déclare en effet qu' « il fallait que cette analyse, de soi, renonce aussitôt à ce type d'*évidence* », et ce sans pour autant rompre avec « la rigueur des preuves des Anciens » [Hegel GW 21: 259]. Hegel atteste ici notamment la compréhension des perspectives de Lagrange et de Cauchy, qui engagent à une recherche rigoureuse sur la logique et les fondements propres du calcul algébrique, éléments qui seront déterminants dans la constitution de son système philosophique.

La mathématique n'est donc pas une science intuitive ou constructive en un sens kantien. Hegel reproche en effet à Kant d'avoir fait « se répandre la représentation selon laquelle la mathématique *construisait ses concepts* » [Hegel GW 20, §231A: 225]. C'est, continue Hegel, une telle conception qui l'a conduit au « formalisme » ou au schématisme de sa logique transcendantale. Incapable de rompre avec la primauté indépassable d'une immédiateté phénoménologique, Kant se contente de « l'indication de déterminations *sensibles*, tirées de la *perception* » [*Id.*]

Qui plus est, si la conceptualité mathématique ne se construit pas dans l'intuition pure, elle n'est pas non plus surdéterminée par son application au monde physique, empirique, ainsi que Kant, en dernier recours, l'annonçait dans la lettre susmentionnée. Hegel affirme en effet, sur un ton très novateur, que « la figure moderne, analytique, de la mécanique [donne ses propositions] absolument comme résultats du calcul, sans souci de savoir si elles auraient en elles-mêmes pour soi un sens *réel*, c'est-à-dire auquel corresponde une existence et [sans souci] d'une preuve d'un tel [sens réel] » [Hegel GW 21: 271]. Ceci ne signifie pas, nous y reviendrons, qu'il faille faire entièrement abstraction du « réel », mais plutôt que celui-ci n'a plus le statut de pivot extérieur, d'irréductible critère de validation des catégories logiques, ainsi qu'il en va dans la mathématique nouvelle elle-même.

Voilà qui motive une critique de la conception kantienne des mathématiques[11], que nous pouvons approcher à travers deux de ses exemples célèbres, l'un arithmétique et l'autre géométrique : l'addition de 5 à 7 et la détermination de la ligne droite comme plus court chemin entre deux points. Tout d'abord, Hegel reproche à son prédécesseur d'avoir considéré l'expression « 7 + 5 = 12 » comme un jugement synthétique. On sait que celui-ci peut, pour Kant, être dit synthétique *a priori* dans la mesure où la construction intuitive (pure) produit un contenu nouveau, irréductible aux concepts originaux. C'est un critère identique que reprend Hegel, mais en se plaçant d'emblée au niveau, logico-discursif, de la *preuve*. La proposition en question est dès lors déclarée analytique en ce que « 7 + 5 et 12 sont tout à fait le même contenu (…). Ici il n'y a pas le moins du monde de passage à un *autre* » [Hegel GW 12: 206]. En fait, Hegel entend montrer que l'addition ne fait que prolonger le processus de construction du nombre, qui lui-même n'est en rien intuitif mais entièrement logique : « Le postulat qui consiste à ajouter 5 à 7 est-en-relation avec le postulat qui consiste tout simplement à numérer » [Hegel GW 21: 199]. Le philosophe propose en effet une construction entièrement logique du nombre [*Zahl*], comme unité dialectique de l'unité [*Einheit*] et du nombre-numéré [*Anzahl*]. L'addition (de même que la multiplication ou l'élévation à la puissance) n'apporte rien de qualitativement neuf sur ce plan, la preuve en est que l'on peut, sans autre forme de justification ou de preuve, indifféremment *égaler* ces opérations à un nombre, ainsi qu'il en va dans l'opération ici en question.

---

[11] Il nous faut donc nuancer le propos de Barot 2009: 9, qui voit (notamment) chez Hegel une « critique [du kantisme qui] ne se fait pas au nom de la science, mais au contraire, au nom d'une philosophie qui n'aurait pas à abdiquer ainsi [devant le *faktum* de la science] ». Notre position est que la critique hégélienne du kantisme se fait entre autres au *nom de la science* (mathématique), critique d'autant plus radicale qu'elle ne se contente pas d'intégrer un nouveau *faktum* scientifique situé sur le même plan que le précédent mais d'intégrer le changement de niveau du discours mathématique lui-même, et les répercussions inévitables que celui-ci a sur le sens du discours philosophique, ainsi que nous avons tenté de le synthétiser ci-dessus. À l'appui d'une telle thèse, nous pouvons citer Wolff 1986, qui étudie la connaissance vaste de l'analyse possédée par Hegel ainsi que l'influence profonde que celle-ci exerce sur son système logique et philosophique, de même que Wahsner 2009, qui montre à quel point le traitement philosophique de la question de l'intuition est, chez Hegel, lié aux problèmes des sciences de la nature, parmi lesquelles la mathématique.

Toutefois, il ne faudrait pas en conclure que l'ensemble de l'arithmétique, de l'algèbre et de l'analyse est d'ordre analytique. Selon Hegel, « dans l'analyse plus élevée (…), les problèmes et théorèmes contiennent bien, sans contredit, des déterminations synthétiques » [Hegel GW 12: 207]. Le philosophe voit dans la résolution de certains problèmes analytiques la nécessité de changer de niveau logique, de faire intervenir des catégories absentes de l'énoncé du problème. Ainsi, une *synthèse* s'opère-t-elle dans la mesure où sont « liées » entre elles des catégories dont l'une n'est pas contenue implicitement dans l'autre, liaison qui, pour le coup, nécessite véritablement preuves et justifications (c'est-à-dire médiations). Pour autant, de telles résolutions ne supposent toujours en rien un recours à l'intuition. Qu'est-ce là sinon une « synthèse purement intellectuelle » ? De fait, « une manière d'automouvement s'est donc glissée dans l'arithmétique » [Parrochia 1993: 124], dont nous soutenons qu'elle fournit à Hegel un exemple basique de discursivité nouvelle, qu'il qualifiera de dialectique. En effet, un discours synthétique sans référence à l'intuition, n'est-ce pas là précisément la définition kantienne de la dialectique transcendantale, dont les nouvelles possibilités mathématiques invitent à réévaluer la pertinence et la portée ?

L'exemple de la ligne droite est pareillement d'un grand intérêt. Hegel inverse en quelque sorte la relation établie par Kant entre concept et intuition dans le cadre de la géométrie. On sait que pour Kant, « droit » est un concept qui ne contient rien de quantitatif, mais une simple qualité. Pour découvrir qu'à ce concept de « droit » correspond aussi celui de « plus court », il faut, intuitivement, tracer la ligne en question, qui fait apparaître une nouvelle détermination, quantitative, de ce concept. Hegel est d'un avis bien différent : « *La ligne droite* n'est d'abord que l'intuition ou représentation, et la détermination selon laquelle celle-là constitue le plus court chemin entre deux points constitue seulement le *concept* » [Hegel GW 20, §256A: 246]. Il n'y a donc pas construction intuitive du concept, mais, en sens inverse, compréhension conceptuelle de l'intuition immédiate, qui seule qualifie celle-ci, sans reste. Hegel vient donc relativiser la différence irréductible établie par Kant entre registres qualitatifs et quantitatifs dans le processus de connaissance. La question de l'analyticité ou de la synthétiticité d'un tel exemple se pose alors exclusivement au niveau des concepts logiques mobilisés, qui permettent à Hegel de parler, dans ce cas particulier, d'analyticité : « Que la définition dont il a été question soit analytique, cela ressort aisément, en tant que la ligne droite se réduit à la simplicité de la direction, et que la simplicité, si elle est prise en relation avec la *multitude*, donne la détermination de la multitude *la plus petite*, ici de la ligne droite » [*Id.*] La catégorie logique de plus petite multitude [*Menge*] n'est pas étrangère à celle de simplicité [*Einfachheit*], et la définition en question est donc analytique.

De ces deux exemples, nous pouvons tirer plusieurs conclusions corrélatives. Tout d'abord, le recours à l'intuition est secondarisé par rapport au mouvement conceptuel ; c'est le concept qui retrouve et donne sens à la représentation et non celle-ci qui valide celui-là. Ensuite, le recours à l'intuition ne suffit pas à déterminer une connaissance comme synthétique, dans la mesure où, Hegel rompant avec le paradigme kantien de la construction, si l'intuition est entièrement définie par les concepts, c'est qu'elle n'est pas par excellence le lieu du synthétique. Enfin, la question de la synthéticité se pose donc bien plutôt au niveau discursif de l'enchaînement conceptuel, celle-ci résidant dans la liaison de catégories réellement différentes, dans la production de formes logiques nouvelles par rapport à l'énoncé de départ.

Tous ces éléments mathématiques semblent constituer une motivation significative à un élément crucial du système hégélien : la volonté de rupture avec l'immédiateté intuitive ou phénoménologique rémanente du système kantien, qui s'appuyait sur la différence entre intuition pure quantitative et intuition empirique qualitative refusée par Hegel. Voilà qui appelle donc, ainsi que nous l'avions déjà noté plus haut, non pas un abandon de la référence à la réalité empirique – qui nous ferait retomber dans un formalisme où l'immédiateté empirique, chassée par la porte, reviendrait bientôt pas la fenêtre – mais une redéfinition fondamentale des concepts de « réalité » et « d'existence », redéfinition, aussi, du statut du transcendantal. Il faut rappeler que, dans le registre logique hégélien, ces deux concepts sont des catégories encore relativement pauvres de la logique objective, qui trouvent leur vérité prochaine dans celui d'effectivité, totalité réfléchie en soi, entièrement médiatisée par le discours. L'enjeu hégélien sera donc une redéfinition du réel comme n'excluant plus, mais au contraire incluant, la discursivité conceptuelle.

Toutefois, c'est tout d'abord non pas dans la *Science de la logique* mais dans la *Phénoménologie de l'Esprit* qu'a lieu cette redéfinition radicale, en particulier dans ses premiers chapitres. Hegel entend y montrer l'illusion de toute immédiateté phénoménologique, ramenée aux catégories logiques qui les médiatisent toujours déjà et se révèlent plus originaire qu'elle. Le réel n'est donc pas ce « donné » irréductible dont on peine à comprendre l'origine (Kant ne pouvant éviter le postulat d'une chose en soi), mais le corrélat du processus de connaissance, totalement médiatisé par le discours, et donc uniquement descriptible en termes logiques. Les objets empiriques, mais aussi l'espace et le temps dans leur universalité, de même que leur expérience (intuitive), sont ramenés de manière réflexive aux éléments langagiers qui les conditionnent et à l'intérieur desquels seuls ils prennent sens. Ainsi, le concept n'est plus ce schéma encore formel, mais le lieu, différencié en lui-même, où se déroule le processus de connaissance. Hegel peut ainsi prétendre ne plus « trouver » les catégories logiques comme pendant d'une empirie non réduite, mais les dériver dans leur enchaînement nécessaire. Si donc le transcendantalisme signifie la prise en compte des déterminations subjectives dans l'acte de connaissance, c'est indéniablement une radicalisation du kantisme à laquelle Hegel procède.

Une des tâches majeures de cette transformation de la philosophie kantienne est, par suite, la redéfinition du sujet (transcendantal). On connaît la célèbre formule de la Phénoménologie de l'esprit: « Selon mon intellection – il lui faut se justifier par la présentation du système lui-même – tout dépend du fait de saisir et d'exprimer le vrai, non comme *substance*, mais tout autant comme *sujet* » [Hegel GW 9: 18]. Le sujet spéculatif n'est donc plus le sujet kantien, qui, trop fixe, encore trop dépendant du sujet empirique, pouvait être détaché, voire opposé, au vrai, au contenu (empirique). Si le sujet continue indéniablement à être porteur d'actes synthétiques de connaissance (en quoi la logique hégélienne est irréductible à toute logique formelle), c'est en sens beaucoup plus large et radical. Le réel n'est plus un donné (intuitif) logiquement irréductible qu'il faudrait configurer (acte par lequel une partie de ce réel, le réel en soi, nous resterai à jamais inconnu), mais le contenu, lui-même discursif, d'actes logiques ; voici comment il faut comprendre la volonté hégélienne d'établir une « logique du contenu » ou une « logique des choses », ainsi que cela est répété à plusieurs reprises. De la sorte, la logique spéculative sera la reconstruction de ces catégories transcendantales dans la perspective d'un système entièrement logique et discursif, le « système de la raison pure » [Hegel GW 11: 21], répondant ainsi au système kantien et à son ancrage esthétique. De même, le sujet sera ainsi sujet transcendantal véritablement universel, s'étant départit de l'ombre du sujet empirique qui restait présent dans le transcendantalisme kantien, ainsi que Fichte, le premier, l'avait dénoncé.

En cela les catégories mathématiques, reprises dans la logique de la quantité, ne possèdent plus un statut hybride, péri-logique, intuitif ou constructif, dans le système de la connaissance, elles sont, au même titre que les autres, des catégories logiques. Hegel se situe exactement entre deux écueils. D'une part, il prend hardiment parti contre toute hypostase, contre tout « platonisme » ou « pythagorisme » mathématique, en quoi il se montre un héritier du transcendantalisme et même « radicalise le point de vue novateur de Kant, disant que les discours sur 'l''espace et 'le' temps sont uniquement à comprendre comme discours sur nos *formes mathématiques de présentation* 'de l'intuition' » [Stekeler-Weithofer 1992: 217]. Hegel, ajouterions-nous, radicalise cette perspective en ce que même le cadre de l'intuition pure n'est plus présupposé pour rendre compte de la conceptualité mathématique. D'autre part, et corrélativement, il se départit de tout constructivisme intuitif en mathématique : « Hegel ne présente pas une théorie constructive de l'abstraction (…). Au lieu de cela il explicite les nécessaires *présuppositions* d'une pratique du discours à propos d'objets abstraits supposée déjà connue » [Stekeler-Weithofer 2002: 54-55].

Le sens de l'entreprise hégélienne sera alors de montrer comment la mathématique s'insère dans un système de significations plus large. Il conviendra notamment de mettre en évidence en quoi le discours mathématique, de lui-même, ouvre à des strates logiques qui lui sont irréductibles (car d'ordre qualitatif), Hegel prenant appui ici sur les apparentes contradictions et les élargissements encore peu maîtrisés du champ mathématique nouveau, et notamment du calcul infinitésimal. C'est notamment là que réside la clé du refus hégélien de réduction de la logique à une mathématique.

5. Bolzano

Bolzano est souvent considéré, en particulier dans le domaine mathématique, comme l' « anti-Kant » par excellence, pour reprendre le titre d'un ouvrage écrit, en grande partie sous sa propre supervision, par un de ses plus proches disciples [Příhonský 1850]. Cette perspective est largement propagée – non toutefois sans ambiguïtés – par Bolzano lui-même, qui, dans son testament, engage son élève Robert Zimmermann à « endiguer autant qu'il pourra – *par la diffusion de notions claires* – l'épouvantable désordre que Kant, sans le présumer lui-même, a occasionné par ses philosophèmes en Allemagne » [Laz 1993, 7]. Combattre le kantisme semble donc être la maxime du philosophe.

La vérité est plus subtile, et il ne faut ni simplement considérer cet anti-kantisme comme un retour à une philosophie précritique de type leibnizien (et ce, malgré l'influence positive indéniable de ce type de logique sur l'œuvre bolzanienne), ni comprendre Bolzano comme la première étape d'une inéluctable réfutation définitive du kantisme, entreprise dans laquelle le suivrait Frege, Russell et Carnap. Il faut souligner que le philosophe pragois reconnaît comme résultats fondamentaux et mérites impérissables de la théorie de la connaissance kantienne la distinction entre concept et intuition, de même que celle entre jugements analytiques et synthétiques, ainsi que sa détermination d'une bonne part des jugements mathématiques comme des jugements synthétiques *a priori*. Les différences – qu'il ne faudrait pas pour autant minimiser – tiendront bien plutôt au sens et à la nature, intuitive ou non, de ces jugements synthétiques *a priori* ; problème qui, rappelons-le encore une fois, avait déjà émergé sous la plume de Kant lui-même concernant l'arithmétique.

L'influence des possibilités inédites offertes par une conception nouvelle des mathématiques sur cette critique philosophique de Kant est parfaitement explicite chez Bolzano. Le premier ouvrage publié par le jeune philosophe, les *Betrachtungen* de 1804, année de la mort de Kant, est un essai de géométrie. Toutefois, c'est là une recherche géométrique en un sens bien particulier et novateur dans la mesure où il s'y opère une véritable « refonte de l'ordre euclidien » [Sebestik 1992, 35] qui laisse déjà entrevoir toute la distance qui sépare le jeune philosophe du paradigme critique.

Selon Bolzano, la géométrie est une science purement conceptuelle. En effet, celle-ci n'est pas primordialement une science de l'espace, intuitif ou physique, mais une science des relations spatiales, qui ne peut se contenter de présupposer l'existence d'un espace réel, fût-il déclaré pur ; l'espace y est bien plutôt une détermination totalement idéelle, conceptuelle. Les catégories géométriques ne sont pas directement congruentes aux objets physiques. Les « objets » géométriques sont en effet des systèmes de points, non spatiaux, et dont les relations peuvent être entièrement décrites logiquement. Toute importation de notions hétérogènes à cette topologie logique est par conséquent condamnée : mouvement, temps, intuition, etc. Bolzano commence ainsi sa carrière en refusant vigoureusement même à la géométrie ce que Kant voulait inséparable également de l'arithmétique et de l'algèbre : la nécessité d'un recours à la construction intuitive.

Voilà qui amène Bolzano à une distinction nette des concepts géométriques (comme celui, fondamental, de point) et des images, des démonstrations logiques et des constructions intuitives en géométrie. Comme il le dira plus tard, en voulant ouvertement critiquer Kant, « cette image qui accompagne notre pur concept du point ne lui est pas du tout liée essentiellement, mais seulement par association d'idées, c'est-à-dire parce que nous les avons souvent pensés ensemble » [Bolzano 1810b, §9: 148]. Autrement dit, le concept de point est entièrement pensable et définissable logiquement, sans recours à une construction ou à une image qui, bien plutôt, ne peut mener qu'à une intellection biaisée. Celles-ci peuvent certes rendre service à un niveau psychologique ou intuitif (Bolzano identifie les deux registres dans la mesure où, comme nous le verrons, il n'existe pas pour lui d'intuition pure universelle) mais ne sont en rien fondatrices de la rigueur démonstrative qui fonde la connaissance géométrique, ni même nécessaire à celle-ci. Ainsi, selon une terminologie qui sera adoptée plus tard, l'intuition peut certes fournir une certification [*Gewissmachung*] de la connaissance mathématique, mais en aucun cas une fondation [*Begründung*] de celle-ci [Bolzano 1817: 7].

Cette séparation des deux ordres est tellement nette, qu'elle pousse Bolzano à se donner comme premier principe « de ne pas être dispensé malgré *l'évidence d'un théorème* de lui chercher une démonstration » [Bolzano 1804: II]. Et le deuxième principe précise immédiatement que la seule démonstration rigoureuse est celle « *déduite de concepts* » [Bolzano 1804: III]. Ainsi la mathématique, même dans sa branche géométrique, est-elle un discours, premièrement, fondamentalement indépendant des images et intuitions, deuxièmement, que seule une discursivité logique ou conceptuelle peut fonder.

Il est donc patent que Bolzano, dès 1804, adhère avec force à une conception non intuitive de la mathématique, et ce en son domaine le plus apparemment ancré dans l'intuition et qui servait de modèle à Kant, la géométrie. C'est là une voie qui sera suivie par une partie de la mathématique postérieure, notamment ce qui sera connu plus tard comme géométries axiomatiques, idées que l'on retrouve chez Hilbert ou Carnap. Cette ouvrage bolzanien nous livre ainsi d'emblée un premier exemple explicite de cette véritable « mathématique sans images » [Laz 1993: 129] qui ne sera jamais reniée par Bolzano et fournira la base d'une critique plus systématique du kantisme six ans plus tard.

Nous voici donc en 1810 et aux *Contributions à une exposition mieux fondée de la mathématique*, texte où il sera cette fois question de l'arithmétique et de l'algèbre et qui sera suivi d'un appendice entendant critiquer « la doctrine kantienne de la construction des concepts par [*durch*] des intuitions ». Voyons comment Bolzano entend dénoncer le discours kantien, ce qu'il en garde par ailleurs et l'épistémologie alternative qu'il entend construire.

Certains passages cruciaux de l'œuvre bolzanienne ont une véritable connotation transcendantale. Ainsi la mathématique est une connaissance *a priori* [Bolzano 1810a, §1.9: 13] qui exposent les « formes » constituant les « conditions des possibilités » des choses existantes [Bolzano 1810a, §1.8: 11]. Dans le même temps, les propositions arithmétiques sont bien, en majorité, des propositions synthétiques [Bolzano 1810b, §8: 146]. C'est donc indéniablement à du synthétique *a priori* à quoi nous avons affaire en mathématique.

Toutefois, c'est ici que Bolzano se départit le plus sûrement de Kant. En effet, selon le philosophe pragois, il est illégitime de fonder le synthétique *a priori* sur « les intuitions pures ou la construction des concepts par celles-ci » [Bolzano 1810a, §1.6: 9]. Bolzano, reprenant comme Hegel le célèbre exemple kantien, entend notamment montrer qu'une proposition arithmétique comme 7 + 5 = 12 « loin de présupposer le concept de temps l'exclut bien au contraire » [Bolzano 1810b, §8: 147]. En effet, une somme ne s'occupe que de l'ensemble [*Menge*] formé par ses éléments et non de leur ordre. La proposition arithmétique « 7 + 5 = 12 » est donc simplement une conséquence logique et analytique de la proposition algébrique plus fondamentale exprimant l'associativité de l'addition : « a + (b + c) = (a + b) + c ».

Toutefois, si l'enchaînement qui va de « a + (b + c) = (a + b) + c » à « 7 + 5 = 12 » ou encore de « 7 + (1 + 1) = (7 + 1) + 1 » à « (7 + 1) + 1 = 8 + 1 » est entièrement analytique, il ne faudrait pas en conclure à la pure analyticité de l'algèbre et de l'arithmétique. Comme le rappelle Proust, le caractère analytique des théorèmes est rendu manifeste seulement « en tant qu'ils sont dérivés de la vérité synthétique qui les fondent » [Proust 1986: 155]. Bolzano fait donc résider la synthéticité de la mathématique dans des *axiomes*, vérités principielles indémontrables sans être pour autant intuitives [Bolzano 1810a, §§2.10-2.11: 59-63]. Il n'y a donc jamais de jugement qui soit « purement » analytique en regard du système de la science. Ces vérités axiomatiques ne sont analytiques ni au sens où elles seraient elles-mêmes dérivées d'autres propositions plus générales, ni au sens où elles seraient triviales et absolument indéterminées, comme on pourrait le prétendre, par exemple, du principe de non-contradiction. Pour preuve, l'associativité ne vaut pas, par exemple, pour la soustraction, ni (du moins pas en toutes circonstances) même pour l'addition dans le cadre d'une mathématique mobilisant l'infini.

Nous pouvons donc assumer que le statut de ces axiomes, arithmétiques ou logiques[12], correspond en somme à une « synthèse intellectuelle », qui se trouve être à l'origine de l'enchaînement des jugements qui constituent le savoir scientifique et mathématique. Si les catégories mathématiques continuent à posséder un certain statut transcendantal, il s'agit là d'un *a priori* purement conceptuel [Benoist 1999]. Même le temps et l'espace sont réductibles en droit à des lois formelles exprimables logiquement. Et même l'intuition sera ramenée à un élément propositionnel, discursif, en quoi la réponse de Bolzano à la théorie kantienne de l'intuition pure sera achevée [Bolzano 1810b, §4: 140-141, voir Bolzano 1837, I, §72 sq.: 325sq.). Ainsi, l'intuition est un élément constitutif des jugements, éléments désignant

[12] La position de Bolzano semble évoluer avec le temps, du moins entre les *Beyträge* de 1810 et la *Wissenschaftslehre* de 1837, qui se fonde sur une définition plus explicite (et moins directement aux prises avec les questions kantiennes) de l'analyticité et de la synthéticité. Le problème de savoir s'il existe des axiomes propres à la mathématique ou s'ils sont tous réductibles à la logique, de même que, corrélativement, la question du statut synthétique de la mathématique, seraient en soi l'objet d'une recherche diachronique comparative à travers les ouvrages de Bolzano. Toutefois, il nous est impossible de parcourir ici l'ensemble de cette œuvre (on consultera avec profit le deuxième chapitre de l'ouvrage de Joëlle Proust déjà cité, consacré à Bolzano), dont nous pensons dire l'essentiel pour le problème qui nous occupe.

un objet particulier, contrairement aux concepts qui ont quant à eux une portée universelle (et peuvent seuls donc prétendre fonder un discours universel comme l'est la mathématique).

Une des conséquences directes (et des plus anti-kantiennes) de ce paradigme est que *le sujet* (« intuitif » – c'est-à-dire empirique, puisqu'il n'est plus question de sujet transcendantal) *n'est plus en rien constitutif du savoir objectif*, Bolzano reprochant précisément à Kant son subjectivisme et son psychologisme. La question qui se pose alors, dans la mesure où il n'est plus d'intuition pure qui fasse office d'interface objective entre le sujet et l'empirie, est celle du *statut du lieu de ces formes à caractère transcendantal* que sont les concepts mathématiques et logiques. Afin d'éviter le subjectivisme kantien sans retomber pour autant dans un formalisme, Bolzano développe alors une théorie du sens en soi, initiant par là une tradition qui sera connue plus tard comme « platonisme logique ». Ainsi, la discursivité qui fonde le savoir scientifique n'est pas celle des jugements (propositions pensées) ou des énoncés (propositions dites ou écrites dans l'espace et le temps), toutes deux rapportées à un sujet, mais celle des propositions en soi, elles-mêmes composées de représentations (concepts ou intuitions) en soi. C'est ce sens objectif qui fait des objets des objets toujours déjà objectivement représentés, et donc représentables universellement par un sujet, celui-ci n'ayant rien à 'créer', à lier pour « faire » connaissance, mais à découvrir un sens préexistant à la pensée individuelle. Si on entend par transcendantal ce qui conditionne nécessairement le savoir, on pourrait dire que ces propositions en soi tiennent lieu de sémantique transcendantale objective [Mansour 2008], prenant ainsi en quelque sorte la place de l'intuition pure kantienne.

Hormis le statut de ce « troisième monde », la difficulté qui se pose alors est de rendre compte de l'expérience empirique en ce qu'elle peut avoir d'immédiat et de particulier, puisque les objets se voient toujours déjà objectivement logicisés, subsumés sous des catégories universelles. Ainsi, la tendance de Bolzano est à « *dépsychologiser*, en un sens tellement radical qu'il n'est pas sûr qu'il ne fasse pas pièce à toute phénoménologie » [Benoist 2002, 303]. C'est d'un tel problème – que Kant précisément avait voulu placer au centre de son système et que Hegel avait retravaillé en profondeur dans sa *Phénoménologie de l'Esprit* –, celui de l'application de nos catégories au monde empirique, ou, au niveau scientifique, de nos catégories mathématiques au monde physique, qu'héritera la tradition analytique ou anti-kantienne postérieure. C'est précisément ce problème qui permettra à Cassirer de prétendre trouver une faille dans le système de Couturat ou de Russell et ainsi entendre jouer les résultats de la nouvelle logique formelle contre elle-même, dans la perspective d'un renouveau du transcendantalisme de type kantien également inspiré de Hegel, poursuivant ainsi l'histoire.

6. CONCLUSION

Nous espérons, dans cette brève reconstruction historique, avoir montré plusieurs choses. Tout d'abord, que la compréhension des mathématiques par nos trois philosophes possède une influence profonde sur l'ensemble de leurs systèmes philosophiques. Ensuite, que la philosophie intuitive de Kant se trouve être problématique au vu de la direction empruntée par la science mathématique elle-même à partir de la fin du XVIII^{e} siècle. Aussi, que le premier à pointer ces limites et, de la sorte, à ouvrir à une perspective autre, était Kant lui-même. Encore, que Hegel et Bolzano étaient les premiers à prendre conscience de ce décalage et à intégrer les possibilités offertes par la nouvelle mathématique dans leurs conceptions de la philosophie, ce qui motivait par ailleurs une critique du kantisme. Enfin, que malgré ces parallèles forts, les systèmes de Bolzano et de Hegel étaient fondamentalement différents et ouvraient à deux voies qui s'opposeraient pour longtemps.

La suite logique d'une telle recherche serait une comparaison des paradigmes hégélien et bolzanien. Nous voudrions conclure en ouvrant aux enjeux d'une telle relecture, y compris dans ce qu'elle aurait de pertinent pour une compréhension mutuelle des traditions dialectique et analytique. Si l'on devait résumer d'une seule phrase les reproches que Bolzano adresse à Hegel en logique se serait de confondre concept et intuition, ce qui entraînerait un manque de rigueur conceptuelle désastreux. Si un tel reproche pourrait sembler être de la polémique aveugle et gratuite du point de vue la stricte exégèse hégélienne, nous pensons toutefois que notre texte permet d'en dégager un sens plus profond. Pour lutter contre le subjectivisme kantien, Bolzano était amené à distinguer nettement concepts et intuitions, au point peut-être de créer un abîme infranchissable entre eux, et à n'accorder aucun rôle à ces dernières, par quoi le sujet était démis de tout rôle constitutif en science. Hegel, également pour lutter contre le subjectivisme de Kant, avait été amené, non pas à confondre simplement concepts et intuitions en écrasant ces deux niveaux, mais à ramener, de manière réflexive, l'intuition spatio-temporelle à la logique qui toujours la sous-tendait. De la sorte, la notion de sujet se voyait grandement élargie pour y intégrer l'objectivité, la « réalité » dont un pan restait à jamais extérieur au sujet kantien. Chacun des deux auteurs prétendait s'autoriser du mode de fonctionnement des mathématiques postkantiennes. D'une volonté de répondre à un même problème – le subjectivisme imputé au sujet transcendantal kantien – ce sont donc deux directions antithétiques qui sont empruntées, le nœud du problème étant, selon nous, la notion de sujet.

Si Bolzano en avait peu ou prou conscience, ce problème nous semble avoir été moins pertinemment posé par la tradition postérieure des commentateurs de celui-ci, encline à quelqu'injustice vis-à-vis de la dialectique hégélienne. Que l'on nous permette de citer pour exemple un long extrait montrant comment une commentatrice de la tradition analytique reconstruit la séquence historique qui nous a occupé ici :

> Après Kant, il s'opère une redistribution des tâches qui permet à la logique formelle de se substituer au sujet transcendantal, aussi bien dans le rôle de fondation que dans la fonction architechtonique ; la Logique devient dès lors de plein droit *philosophique*. Parallèlement, le couple "analytique-synthétique" peut-être pensé dans la logique que Kant nommait "générale" (…). Ce qui, aux yeux de Kant, faisait le caractère chimérique du projet fichtéen de Théorie de la Science, à savoir : hisser la logique général au rang de science de l'unité de la connaissance, c'est-à-dire, en fait, attendre de la pensée d'entendement qu'elle engendre un contenu, espérer de l'analytique ce que seul le synthétique est en mesure de produire, devient une entreprise à laquelle se consacre avec des moyens et dans un projet très différents Hegel et Bolzano [Proust 1986: XII-XIII].

L'alternative qui est posée ici est la suivante : ou bien sujet et logique transcendantaux kantiens, ou bien logique « formelle » (dont nous avons vu qu'elle prend chez Bolzano la forme d'une sémantique des propositions en soi). Une telle alternative (qui ne peut amener qu'à méconnaître le projet hégélien en rabattant sa logique sur des critères qui lui sont étrangers) semble impliquer que l'abandon du sujet transcendantal kantien ne peut amener qu'à un abandon de toute subjectivité transcendantale, et masque ainsi la spécificité de la philosophie hégélienne, qui vise, en somme, à développer une logique transcendantale dont le sujet n'est plus le sujet transcendantal kantien [Seba 2006: 243]. C'est donc une relecture de cette séquence historique à travers le concept de sujet que nous engageons, qui nous semble pouvoir amener à une meilleure compréhension des philosophies analytique et dialectique, de même à une meilleure intellection de l'histoire de l'épistémologie des mathématiques.

Bibliographie

Barot E. (2009). « Empreintes d'un style, permanence d'une révolution », in Barot E. & Servois J. (dir.), *Kant face aux mathématiques modernes*, Paris: Vrin, 7-30.

Baudet J. (2002). *Nouvel abrégé d'histoire des mathématiques*, Paris: Vuibert.

Benoist J. (2002). « La réécriture par Bolzano de l'esthétique transcendantale », *Revue de métaphysique et de morale*, Vol. 2002/3, 35.

Bolzano B. (1804). *Betrachtungen über einige Gegenstände der Elementar Geometrie*. Prag: Bartl.

Bolzano B. (1810a). *Beiträge zu einer begründeten Darstellung der Mathematik*. Prague: Widtmann.

Bolzano B. (1810b). *Anhang über die Kantische Lehre von der Construction der Begriffe durch Anschauungen*, publié en annexe à Bolzano 1810a.

Bolzano B. (1817). *Rein analytischer beweis des Lehrsatzes, dass zwischen je zwey Werthen, die ein entgegengesetztes Resultat gewähren, wenigstens eine reelle Wurzel der Gleichung liege*. Prag: Hasse.

Bolzano B. (1837). *Wissenschaftslehre. Versuch einer ausführlichen und grösstentheils neuen Darstellung der Logik mit steter Rücksicht auf deren bisherige Bearbeiter*, 4 volumes, Sulzbach: Seidel.

Bolzano B. (2010) *Premiers écrits*, trad. Maigné C. & Sebestik J. (dir.), Paris: Vrin.

Dugac P. (1990). « La théorie des fonctions analytiques de Lagrange et la notion d'infini », in König G. (Hrsg.), *Konzepte des mathematisch Unendlichen im 19. Jahrhundert, Studien zur Wissenschafts-, Sozial- und Bildungsgeschichte der Mathematik*, B. 5, Göttingen: Vandenhoeck& Ruprecht, 34-46.

Fichant M. (1998). « "L'espace est représenté comme une grandeur infinie donnée" : la radicalité de l'esthétique », *Philosophie*, Vol. 56.

Granger G.-G. (1994). « Philosophie et mathématique leibniziennes », in *Formes, opérations, objets*, Paris: Vrin, 199-240.

Hegel G.W.F. (GW 9). *Phänomenologie des Geistes*, Hamburg: Meiner (1980).

Hegel G.W.F. (GW 11). *Wissenschaft der Logik. Erster Band. Die objektive Logik (1812/13)*, Hamburg: Meiner (1978).

Hegel G.W.F. (GW 12). *Wissenschaft der Logik. Zweiter Band. Die subjektive Logik (1816)*, Hamburg: Meiner (1981).

Hegel G.W.F. (GW 20). *Enzyklopädie der philosophischen Wissenschaften im Grundrisse (1830)*, Hamburg: Meiner (1992).

Hegel G.W.F. (GW 21). *Wissenschaft der Logik. Erster Band. Die Lehre vom Sein (1832)*, Hamburg: Meiner (1984).

Hegel G.W.F. (1993) *Phénoménologie de l'Esprit*, trad. Jarczyk G. & Labarrière P.-J., Paris: Gallimard.

Hegel G.W.F. (2006) *Science de la logique. Premier tome – la logique objective. Premier livre. La doctrine de l'être. Version de 1812*, Jarczyk G. & Labarrière P.-J., Paris: Kimé.

Hegel G.W.F. (1986) *Science de la logique. Deuxième tome. La logique subjective ou doctrine du concept*, Jarczyk G. & Labarrière P.-J., Paris: Aubier.

Hegel G.W.F. (1970) *Encyclopédie des sciences philosophiques*, I, *La science de la logique*, trad. Bourgeois B., Paris: Vrin.

Hegel G.W.F. (2004) *Encyclopédie des sciences philosophiques*, II, *La philosophie de la nature*, trad. Brougeois B., Paris: Vrin.

Hegel G.W.F. (2007) *Science de la logique. Premier tome – la logique objective. Premier livre. La doctrine de l'être. Version de 1832*, Jarczyk G. & Labarrière P.-J., Paris: Kimé.

Kant I. (AK III) *Kritik der reinen Vernunft*, *zweite Auflage 1787*, Berlin: Gesammelte Schriften herausgegeben von der preußischen Akademie der Wissenschaft (1911).

Kant I. (AK IX) *Logik, physische Geographie, Pädagogik. Logik (1780)*, Berlin: Gesammelte Schriften herausgegeben von der preußischen Akademie der Wissenschaft (1923), 1-150.

Kant I. (AK X) *Briefwechsel. 1747-1788. An Johann Schulz. 25. November 1788*, Berlin: Gesammelte Schriften herausgegeben von der preußischen Akademie der Wissenschaft (1922), 554-558.

Kant I. (AK XI) *Briefwechsel. 1789-1794. An August Wilhelm Rehberg. Vor d. 25. September 1790*, Berlin: Gesammelte Schriften herausgegeben von der preußischen Akademie der Wissenschaft (1922), 207-2010.

Kant I. (1980) *Critique de la raison pure*, Trad. Barni J., Delamarre A. J.-L. & Marty F., in *Œuvres* philosophiques, Paris: Gallimard.

Kant I. (2007[3]) *Logique*, trad. Guillermit L., Paris: Vrin.

Kant I. (1991) *Correspondance*, trad. Challiol M.-C. *et alii*, Paris: Gallimard.

Kline M. (1972). *Mathematical Thought From Ancient to Modern Times*, Vol. I, Oxford: Oxford University Press.

Knecht H.H. (1981). *La logique chez Leibniz. Essai sur le rationalisme baroque*, Lausanne: L'Âge d'Homme, coll. « Dialectica ».

Koriako D. (1999). *Kants Philosophie der Mathematik. Grundlagen – Voraussetzung – Probleme*, Kant-Forschungen Band 11, Hamburg: Felix Meiner Verlag.

Lakatos I. (1980). « Infinite regress and foundations of mathematics », in *Mathematics, science and epistemology, Philosophical Papers Volume 2*, Cambridge: Cambridge University Press, 3-23.

Laz J. (1993). *Bolzano critique de Kant*, Paris: Vrin.

Mansour G. (2008). « Bolzano : Objectivité sémantique et subjectivité de la perception », *Revue de métaphysique et de morale*, Vol. 2008/4, 60.

Metzler H. (1981a). « Bolzano und die klassische deutsche Philosophie », *Deutsche Zeitschrift für Philosophie*, 29, 7.

Metzler H. (1981b). « Bolzanos Lehre vom Gegensatz in ihrem produktiven Kritikverhältnis zur Hegelschen Widerspruchsdialektik », in *Bernhard Bolzano. 1781-1848. Studien und Quellen*, Berlin: Akademie Verlag, 56-80.

Moretto A. (2011). « L'infini potentiel et actuel dans la philosophie des mathématiques de Kant », in Grapotte S., Lequan M., Ruffing M. (dir.), *Kant et les sciences. Un dialogue philosophique avec la pluralité des savoirs*, Paris: Vrin, 107-115.

Otte, M. (2007). « Certainty, Explanation and Creativity in Mathematics », in Woo, J.H., Lew, H.C., Park, K.S. & Seo D.Y. (Eds.), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematical Education*, Vol. I., Seoul: PME, 17-44.

Parrochia D. (1993). « Hegel : logique spéculative et mathématiques pseudo-synthétiques », *Kairos*, Vol. 4.

Paterson A. (2002). « Does Hegel have anything to say to modern mathematical philosophy? », *Idealistic studies*, Vol. 32/2, summer 2002.

Pégny G. (2013). « Bolzano et Hegel », *Revue de métaphysique et de morale*, Vol. 2013/12, 78.

Pierobon F. (2003). *Kant et les mathématiques*, Paris: Vrin.

Příhonský F. (1850). *Neuer Anti-Kant oder Prüfung der Kritik der reinen Venunft nach den Bolzano's Wissenschaftslehre niedergelegten Begriffen*, Bautzen: Weller.

Proust J. (1986). *Questions de forme. Logique et proposition analytique de Kant à Carnap*, Paris: Fayard.

Seba J.-R. (2006). *Le partage de l'empirique et du transcendantal. Essai sur la normativité de la raison : Kant, Hegel, Husserl*, Bruxelles: Ousia.

Sebestik J. (1992). *Logique et mathématique chez Bernhard Bolzano*, Paris: Vrin.

Stekeler-Weithofer P. (1992). « Hegels Philosophie der Mathematik », in Demmerling C. & Kambartel F. (Hrsg.), *Vernunftkritik nach Hegel. Analytisch-kritische Interpretationen zur Dialektik*, Frankfurt am Main: Suhrkamp, 215-249.

Stekeler-Weithofer P. (2002). « Die Kategorie der Quantität », in Koch A.F. & Schick F. (Hrsg.), *G.W.F. Hegel, Wissenschaft der Logik*, Klassiker Auslegen B. 27, Berlin: Akademie Verlag.

Thomas Fogiel I. (2007). « Kant et le problème des propriétés de l'arithmétique », in Cattin E. & Fischbach F. (cor.), *L'héritage de la raison. Hommage à Bernard Bourgeois*, Paris: Ellipses, 81-101.

Vuillemin J. (1994). « Kant aujourd'hui », in *L'intuitionnisme kantien*, Paris: Vrin, 11-35.

Wahsner R. (2009). « Inwieweit ist Hegels Rückgriff auf die Anschauung ein Rückgriff auf eine inadäquate oder rudimentäre Rezeption der Naturwissenschaft? », in Neuser W. (Hrsg.), *Naturwissenschaft und Methode in Hegels Naturphilosophie*, Würzburg: Königshausen & Neumann, 59-75.

Wolff M. (1986). « Hegel und Cauchy. Eine Untersuchung zur Philosophie und Geschichte der Mathematik », in Horstmann R.-P. & Petry M.J. (Hrsg.), *Hegels Philosophie der Natur. Beziehungen zwischen empirischer und spekulativer Naturerkenntnis*, Stuttgart: Klett-Cotta, 197-263.

Zelený J. (1983). « Hegel und Bolzano als Logiker. Über dir Kritik der Hegelschen Logik in Bolzano », *Annalen der Internationalen Gesellschaft für dialektische Philosophie I – Societas Hegeliana*.